Universidade Federal do Ceará
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos)
Seleção de Mestrado - Área de Concentração em Recursos Hídricos – Seleção 2018.1

Prova de Matemática - 11 de dezembro de 2017

Candidato(a)[1] : ____

1) Deseja-se construir canal apresentado na Figura 1, cuja seção transversal é um trapézio, a base e as paredes laterais tendo largura fixada **a**. Responda:
   a. (1,0 ponto) Calcule o ângulo θ de inclinação das paredes laterais para que a área da seção do canal seja máxima.

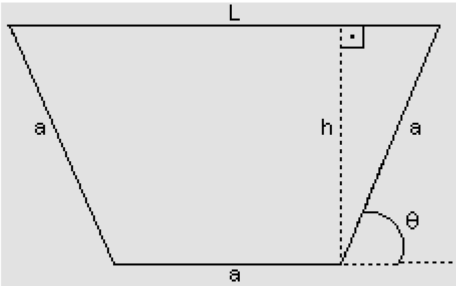


Figura 1: Área da Seção Transversal do Canal

   b. (0,5 pontos) As vazões serão máximas para o ângulo θ de inclinação correspondente a área máxima desta seção em particular? Prove.

Observe que a vazão em um canal pode ser calculada pela equação de Manning:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}S_0^{1/2}$$

Onde n é o número de Manning, S_0 é a declividade do fundo do canal, A é a área molhada e P é o perímetro molhado. Nesta questão n e S_0 são mantidos constantes.

2) Seja F uma transformação linear que tem a matriz da transformação dada por

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Sabendo que um dos autovalores dessa matriz é 1 responda:

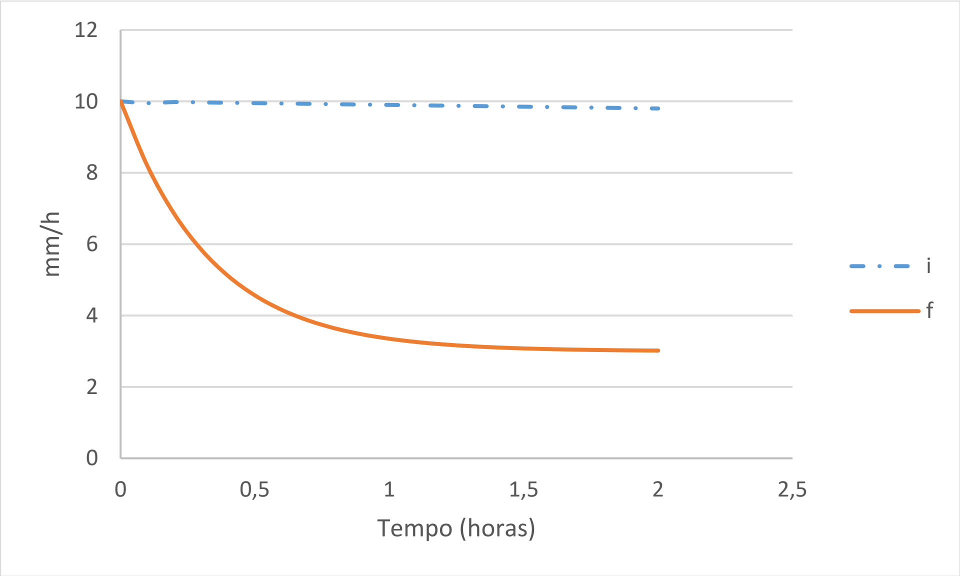
a) (1,0 ponto) Determine os autovalores desta transformação
b) (0,5 pontos) Determine os autovetores.associados

3) (1,0 ponto) Calcule o ângulo entre os dois vetores **A** = 3**i** – 2**j**, **B** = 2**i** + **j** onde **i** e **j** são vetores unitários ortogonais.
4) (1,0 ponto) Determine a área da região limitada pela parábola: $x = y^2$ e a reta: $x + y = 2$.
5) (1 ponto) Determine os valores máximos e mínimos da função:
   $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2, \quad 0 \le x \le 4$

[1] Cada folha de almaço deve conter seu nome e a identificação da prova a qual se referem as respostas. Não responda provas diferentes em uma mesma folha almaço.

Prova de Matemática - 11 de dezembro de 2017

6) (1,0 ponto) A Precipitação Efetiva (PE) é calculada pela diminuição do total de chuva precipitado (P) e do total de chuva infiltrado (F). Ocorreu um evento de chuva com intensidade de 10 mm/h e taxa de infiltração em mm/h dada pela equação $f = 3 + 7e^{-3t}$ sendo t o tempo em horas. Quantifique o total da precipitação efetiva entre o início da chuva (t=0) e o final ocorrido na 2 hora, calculando a áreas entre as duas curvas.



7) Determine as integrais

a) (1 ponto) $\int \frac{\cos x}{(senx-1)^2}dx$.

b) (1 ponto) $\int \frac{x}{x^2-2x+1}dx$

c) (1 ponto) $\int \ln x\, dx$

Prova de Mecânica dos Fluidos - 11 de dezembro de 2017

Candidato(a)[1] : ____

PROVA SEM CONSULTA

1) O peso específico de um fluido é 25 N/m^3 em um local onde a gravidade é 10 m/s^2. Determine:

a) a massa específica do fluido; (valor: 0,5)

b) a densidade relativa desse fluido se $\rho_{água}$ = 1000 kg/m^3; (valor: 0,5)

2) Assinale verdadeiro (V) ou falso (F). Quando a temperatura da água passa de 4º C para 30º C (não havendo variação da pressão):

a) A massa específica e o peso específico aumentam (   ) (0,25 pontos)

b) Ambos diminuem (   ) (0,25 pontos)

c) A massa específica aumenta e o peso específico diminui (   ) (0,25 pontos)

d) O inverso do item anterior (   ) (0,25 pontos).

3) Um certo fluido apresenta um peso específico γ = 8000 N/m^3 e viscosidade dinâmica μ = 20,0 poises. Considere a gravidade igual a 10 m/s^2 e $\rho_{água}$ = 1000 kg/m^3. Determine:

a) a massa específica do fluido; (valor: 0,5)

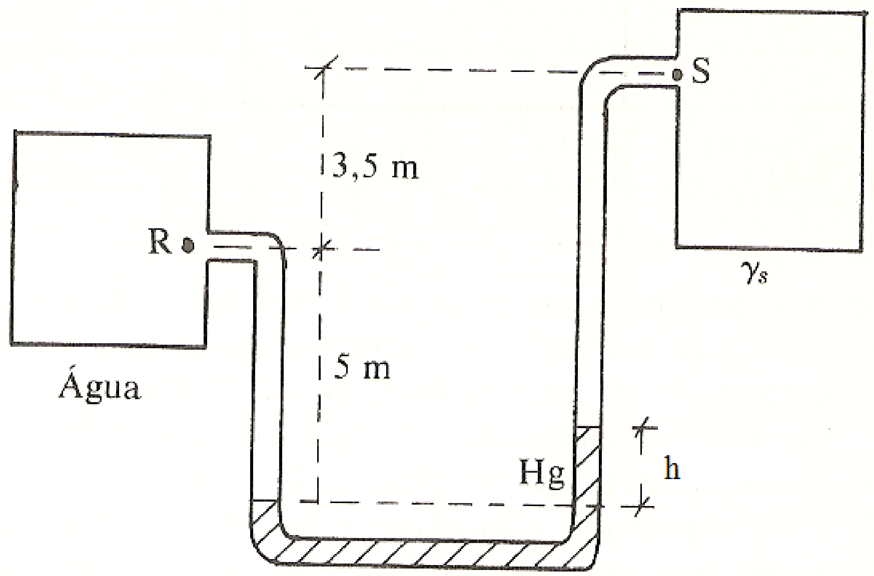
b) a viscosidade cinemática (ν) do fluido, em stokes; (valor: 0,5)

4) Uma placa quadrada de 1,0 m de lado e 20 N de peso desliza sobre um plano inclinado de 30º, sobre uma película de óleo. A velocidade da placa é 2 m/s constante. Qual é a viscosidade dinâmica do óleo, se a espessura da película é 2 mm? (valor: 1,0)

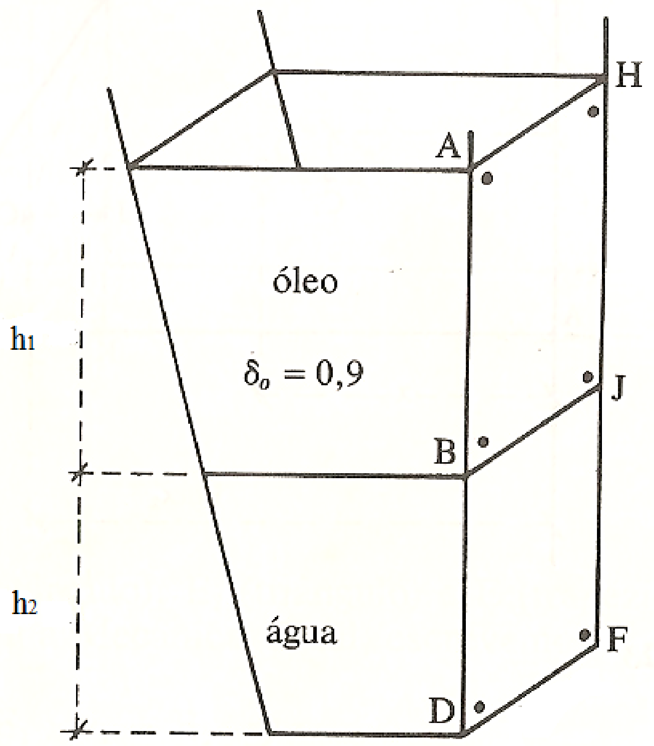
5) Os reservatórios fechados R e S contêm, respectivamente, água e um líquido de peso específico γ_S. Sabe-se que p_R = 100 kPa e p_S = 70 kPa. Calcule γ_S .Dados: h = 500 mm; $\gamma_{água}$ = 10000 N/m^3; γ_{Hg} = 136000 N/m^3.

---

[1] Cada folha de almaço deve conter seu nome e a identificação da prova a qual se referem as respostas. Não responda provas diferentes em uma mesma folha almaço.



6) O reservatório da figura a seguir tem uma parede vertical ADFH. A largura é 1,0 m (perpendicular ao plano da figura). Calcular a força hidrostática total atuando nesta parede vertical. Dados: h_1 = 4,0 m; h_2 = 2,0 m; $SG_{óleo}$ = 0,9; $\rho_{água}$ = 1000 kg/m^3; g = 10 m/s^2. (valor: 2,0)

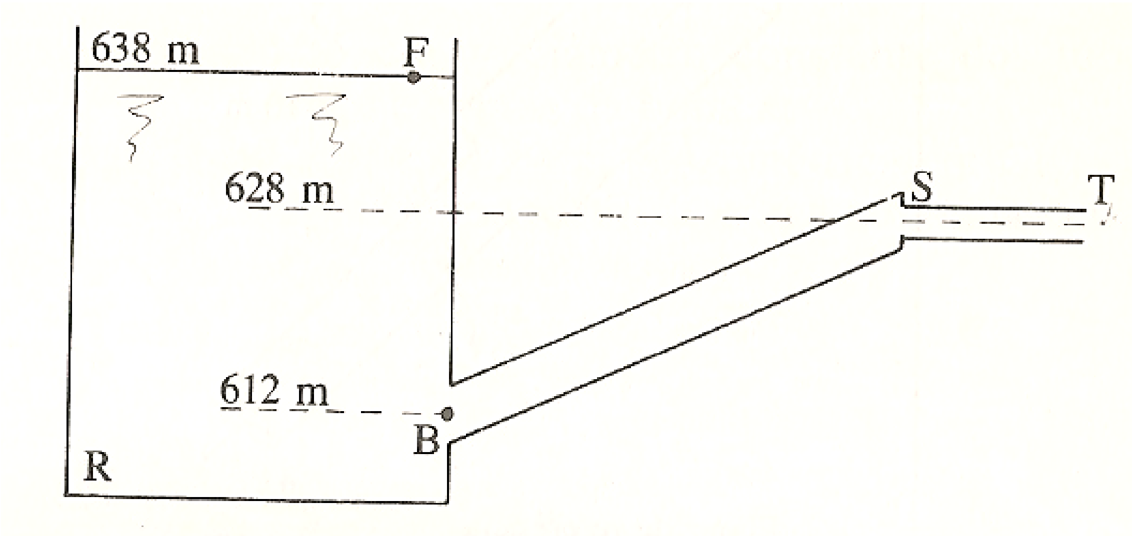


7) Um projeto fixou a velocidade média V_1 para a vazão Q_1, originando o diâmetro D_1 na tubulação. Uma revisão desse projeto manteve V_1 e indicou condições para duplicar a vazão. Nesta situação, calcule D_2/D_1. (valor: 1,0)

8) Do reservatório R parte o tubo BS, com o diâmetro de 30 cm, estando os pontos B e S nas cotas 612 m e 628 m, respectivamente. O tubo ST é horizontal, tem o diâmetro de 15 cm e descarrega 150 L/s de água na atmosfera. O reservatório é alimentado de tal forma que o nível (NA) seja constante na cota 638. Supomos nula a velocidade em F. Desprezando as perdas de carga nas curvas da tubulação e também no trecho FB, calcular:

a) a pressão em B, em mca; (valor: 1,0)
b) a perda de carga entre B e T, em m; (valor: 1,0)

Dados: V_B = 2,0 m/s; V_T = 8,0 m/s; $\gamma_{água}$ = 10000 N/m^3; g = 10 m/s^2.



Universidade Federal do Ceará
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos)
Seleção de Mestrado - Área de Concentração em Recursos Hídricos – Seleção 2018.1

Prova de Probabilidade e Estatística - 11 de dezembro de 2017

Candidato(a)[1] : ____

Questão 01 – Os dados da Tabela 1 se referem a uma série de precipitações pluviais em milímetros, no mês de janeiro, na localidade Reino dos Macambiras. Os valores foram organizados em cinco classes e tabulados para a obtenção das estatísticas dos valores agrupados (Tabela 2). Algumas das células da tabela foram apagadas por descuido do digitador.

Solicitamos que, com base nos dados das demais células, você preencha as células apagadas. Em seguida trace o histograma de frequências e o polígono de frequências.

Tabela 1Valores das precipitações (mm) no mês de janeiro no Reino dos Macambiras

120,8	105,2	142,6	113,6	121,6	84,8
99,4	146,4	136,8	151,8	90,4	102,8
101,6	127,8	130,4	165,6	82,6	117,4
124,2	148,4	115,6	93,8	144,6	130,8
102,6	119,6	89,4	120,6	113,4	94,4

Tabela 2 Valores tabulados e agrupados de uma série histórica das precipitações no mês janeiro no Reino dos Macambiras(mm)

Classes	*Xj*	*fj*	*fa*	*xj.fj*	$x_j - \bar{x}$	$(x_j - \bar{x})^2$	$(x_j - \bar{x})^2.fj$
80,0 ⊢ 98,0	89,0	6	6	534	-28,8	829,4	4976,6
98,0 ⊢ 116,0	107,0	8	14	856	-10,8	116,6	933,1
116,0 ⊢ 134,0	125,0	?	23	1125	7,2	51,8	466,6
134,0 ⊢-152,0	143,0	6	29	858	?	635,0	3810,2
152,0 ⊢170,0	161,0	?	30	161	43,2	1866,2	1866,2
SOMA	625,0	30,0		3534,0	36,0	3499,2	12052,8

Xj = ponto médio do intervalo de classe

fj = frequência de eventos na classe j;

fa = frequência acumulada na classe j;

$\bar{x} = média\ dos\ valores\ agrupados$

[1] Cada folha de almaço deve conter seu nome e a identificação da prova a qual se referem as respostas. Não responda provas diferentes em uma mesma folha almaço.

Prova de Probabilidade e Estatística - 11 de dezembro de 2017

Questão 02 – Considere o experimento aleatório campos de temperatura no oceano Pacífico (CTOP), no qual podem acontecer os seguintes eventos:

{A} – Ocorre um evento predominante de El Niño no Oceano Pacífico

{B} – Ocorre um evento predominante de La Niña no Oceano Pacífico

{C} - Ocorre um evento predominante de neutralidade no Oceano Pacífico

Considere que são eventos serialmente independentes, isto é, a probabilidade de ocorrer um evento em um dado ano independe do que aconteceu no ano anterior. Suponha que

Pr{A} = Pr{B} = Pr{C} = 1/3

Seja agora o experimento Situação Climática no Nordeste Brasileiro (SCNB) em um dado ano, no qual podem ocorrer os seguintes eventos:

{S} – no seco no Ceará

{H} – ano não seco no Ceará

Considere que esses eventos são serialmente independentes, complementares e que

Pr{S} = 0,20

Suponha agora que os experimentos CTOP e SCNB são dependentes entre si e que

Pr(S/A) = 0,60 (Probabilidade de Seca dado que ocorreu El Niño)

Pr(H/C} = 0,90 (Probabilidade de não seca dado que ocorreu Lal Niña)

Pergunta-se:

1) Qual a probabilidade Pr{H}?
2) Qual a probabilidade de ocorrer quatro anos secos seguidos?
3) Qual a probabilidade de ocorrer quatro anos de El Ninõ seguidos?
4) Qual a probabilidade de ocorrer quatro anos seco, sabendo-se que nos referidos anos ocorreram quatro eventos El Niño?

Questão 03 – Considere o experimento aleatório de observar a chuva diária em Fortaleza no mês de abril, na estação do Campus do Pici. Considere que esse experimento segue uma distribuição binomial. Considere também que são conhecidas as seguintes probabilidades:

1) Evento {A} – Chove no Campus do Pici – Pr{A} = 0,20
2) Evento {B} – Não chove no Campus do Pici – Pr{B} = 0,80.

Pergunta-se:

1) Qual a probabilidade de ocorrer cinco dias de chuva seguidos no mês de abril no Campus do Pici?
2) Qual a probabilidade de ocorrer exatamente dois dias de chuva nos quatro primeiros dias do mês de abril de 2018?
3) Qual a probabilidade de ocorrer mais de dois dias de chuva nos quatro últimos dias do mês de abril de 2018?

Questão 04 – A precipitação anual em Fortaleza segue uma distribuição normal com média 1200 mm e coeficiente de variação igual a 30%. Pergunta-se:

1) Qual a probabilidade de ocorrer um total de chuva superior a 2000 mm em um dado ano?
2) Qual a probabilidade de ocorrer um ano com um total de chuva menor do que 600 mm?
3) Qual a chuva que tem 10% de probabilidade de ser superada?

Fórmulas

Binomial:

$$\Pr(X) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} \cdot p^x q^{n-x}$$

Em que

Pr(X) = probabilidade do evento ocorrer ***x*** vezes em ***n*** provas

n = número de provas,

x = número de vezes que ocorre o evento,

p = probabilidade de ocorrer o evento,

q = probabilidade de não ocorrer o evento.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
Centro de Tecnologia
Depto de Engenharia Hidráulica e Ambiental

TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998